SULLA
MISURA D'UNA BASE GEODETICA ESEGUITA IN PUGLIA

NOTA

DEL CAV. FEDERIGO SCHIAVONI

Ingegnere Geografo, Professore di Geodesia

Tutt' i lavori di triangolazione geodetica della Italia Meridionale, eseguiti dall'Officio Topografico di Napoli, si poggiano su d'una Base di circa 6 miglia di lunghezza, misurata presso Castelvolturno nel 1818, per mezzo d'una catena di acciaio costrutta da Berge.

Questa Base, benchè misurata con ogni diligenza, pure pe' mezzi che in quell'epoca si poterono adoperare, e specialmente pel campione il quale non meritava una intera fiducia, non poteva rimanere sola a fondamento di un esteso lavoro. E però nel 1856 l'Officio stabilì di misurarne un'altra in comprova della prima; ed a tale uopo veniva dato a noi l'incarico di definire tra gli apparati conosciuti quello che fosse più pregevole pel principio ed il meglio comprovato dalla pratica : e noi per rispondere convenientemente a tale incarico mettemmo a stampa una memoria, nella quale ci ingegnammo di dimostrare che l'unico apparato che poteva ben corrispondere al progresso attuale della scienza era quello che fu adoperato da Bessel nella misura della Base che servì di fondamento alla determinazione dell'arco meridiano di Prussia. In conseguenza di ciò l'Officio Topografico incaricava il macchinista Ertel di Monaco di costruire un apparato come quello di Bessel apportandovi però alcune utili modificazioni da noi richieste.

Quanto alla scelta del sito dove misurare la nuova Base, noi progettammo misurarla presso il Gargano; e ciò affinchè, nel paragone trovata esatta quella di Castelvolturno, queste due, insieme a due altre da misurarsi in seguito, offrissero a due a due un valido appoggio a due reti perpendicolari tra loro pel verso del meridiano e del parallelo, le quali sottoposte a compensazione potessero servire non solo a fondamento di tutto il lavoro geodetico, ma pure alla misura di due archi terrestri pel verso indicato.

L'apparato richiesto fu da Ertel spedito all'Officio Topografico il maggio del 1858; e noi, dopo averlo sottoposto quasi pel durare di un anno alla più severa disamina, nell'estate del 1859 lo adoperammo alla misura della Base progettata. Or noi riserbandoci di rendere di pubblica ragione, quando ne avremo il tempo, tutt' i documenti che riguardano lo studio dell' apparato e la misura della Base; attualmente, avendo i calcoli raggiunto il fine, diciamo solo quanto basta per dare una pronta notizia scientifica di tutto il lavoro eseguito.

Cenno delle principali parti che costituiscono l' apparato di Bessel

L'apparato di Bessel si costituisce principalmente di 4 spranghe metalliche di misura; di 3 cunei geometrici; di un comparatore; e di una tesa di acciaio [1].

Ciascuna spranga di misura viene in essenza formata da una riga di ferro lunga circa 2 tese, larga 12 linee, e spessa 3 linee, sulla quale è disposta asse ad asse un'altra riga di zinco alquanto più corta e stretta della prima: tali due righe sono saldate insieme in un punto assai prossimo ad una delle estremità, restando libere da tal punto sino all' altra estremità; dalla parte dove le due righe sono saldate, quella di zinco termina in un cuneo orizzontale che col suo spigolo costi-

[1] Una compiuta descrizione dell' apparato di Bessel e del modo di studiarlo e di adoperarlo può leggersi nella Memoria citata di sopra.

tuisce un estremo della spranga; dalla parte opposta, sulla riga di ferro sorge un prisma di acciaio con due risalti a cuneo de' quali gli spigoli insistono perpendicolarmente sull'asse longitudinale della spranga, e di questi, l'esterno costitulsce l'altro estremo della spranga, e tra l'interno e l'estremità prossima della riga di zinco rimane un piccolo spazio.

Questo spazio per la diversa dilatazione de' due metalli varia con la temperatura, e costituisce il termometro metallico, il quale preventivamente studiato offre la precisa lunghezza che ha la spranga nell'istante in cui si legge esso termometro. Ciascuna spranga è fornita al di sopra d'una livella a bolla d'aria, la quale si pone a segno per mezzo d'una vite a testa graduata, e serve a dare l'inclinazione della spranga, ed a dedurne la proiezione orizzontale di essa. Aggiungiamo che ogni spranga è costituita in una cassa di legno, da cui sporgono i soli estremi, ed in essa può scorrere pel verso della sua lunghezza, mediante un sistema di rotelle, su d'una larga riga di ferro messa di cozzo.

Ora quando le sopraddette spranghe vogliono adoperarsi a misurare una linea di Base, per mezzo di cavalletti si dispongono in allineamento, e si procura che l'una non tocchi l'altra affinchè la loro espansione sia libera; quindi, per ciascuna spranga, si misurano, 1.° lo spazio tra essa e la seguente, 2.° il termometro-metallico; si pone la bolla della livella in mezzo, e si legge la graduazione segnata dalla testa di vite.

Lo spazio tra due spranghe consecutive, ed il termometro metallico si misurano mediante il cuneo geometrico, il quale è un prisma retto di cristallo avente per base un triangolo di cui un cateto è lungo circa 50 linee, e l'altro 2 linee. Esso cuneo sulla faccia triangolare superiore ha segnate molte linee parallele al minor cateto e calcolate di lunghezza; e quando vuol misurarsi lo spazio, per esempio quello tra due spranghe, basta introdurre leggermente tra loro il cuneo, e nella quantità della sua intromissione si ha la distanza richiesta.

Il comparatore si costituisce principalmente di un prisma di legno a base quadrata vuoto internamente, lungo poco più di 2 tese, e col lato della base di circa 6 pollici. Esso è così congegnato col suo sostegno da costituire un solido di minima flessione, ed è fornito agli estremi della faccia superiore di due telarini, uno provveduto d' un microscopio-micrometrico, e l'uno e l'altro han sopra due cunei orizzontali di acciaio, la cui distanza serve a paragonare le spranghe tra loro ed alla *tesa*, affin di dedurre il rapporto tra la lunghezza della spranga ed il termometro-metallico ad ogni temperatura.

Finalmente la *tesa di acciaio* ha la figura d' un prisma retto a base quadrata del lato di circa 4 linee; essa campionata costituisce l'unità di misura per compararvi le lunghezze delle 4 spranghe; e come nelle dette comparazioni viene adoperata per contatto secondo l' asse, così la lunghezza di quest'asse esprime tale unità.

Ricerche fatte sull' apparato di Bessel

Dopo di aver offerto una semplice idea dell'apparato, esponiamo brevemente le ricerche fatte su di esso.

L' apparato di Bessel in conseguenza del principio su cui è fondato, richiede che sieno determinati esattamente:

1.° la lunghezza della *tesa di acciaio* rapporto a quella del Perù;

2.° la lunghezza delle linee segnate su' cunei geometrici;

3.° la relazione che hanno tra loro le lunghezze delle 4 spranghe;

4.° il rapporto che serba ciascuna delle 4 spranghe alla vera tesa;

5.° l'inclinazione che subisce ciascuna spranga in corrispondenza della sua livella.

Ricerca della lunghezza assoluta della tesa di acciaio

La prima operazione che si è praticata affin di determinare la lunghezza della tesa di acciaio è stata quella di cercare il suo coefficiente di dilatazione; il quale è stato da noi rinvenuto

con lungo studio immergendo la tesa nell'acqua cui si davano temperature gradatamente diverse tra la neve fondente e la ebollizione, e determinando sul comparatore, che fa parte dell'apparato di Bessel, le variazioni che la lunghezza della tesa subiva nelle diverse temperature: e questa ricerca è stata fatta, presso a poco, da 5 in 5 gradi Reaumur cominciando da 0°, sino a 60°; di modo che tra questi limiti si è avuta una serie di 12 osservazioni, e la ricerca è stata compiuta rinvenendo 4 di tali serie. Determinato l'elemento suddetto, noi eravamo in grado di paragonare la tesa di acciaio ad un campione.

Il nostro Officio possiede un eccellente comparatore a microscopii-micrometrici costrutto dal macchinista inglese Troughton. Tale macchina è fornita d'un campione a tratti lungo 5 piedi inglesi, di cui unicamente lo yard centrale venne campionato da Baily a quello della Società Astronomica di Londra; e la relazione tra questo yard della società inglese ed il metro fu dallo stesso Baily trovata paragonando lo yard della Società ad una copia che egli aveva d'una copia del metro degli Archivii di Parigi [1]: così la relazione che lo yard centrale del nostro campione ha col metro degli Archivii risulta, pel numero de' paragoni intermedii, d'una precisione 4.ª parte di quella che si otterrebbe da un paragone diretto, senza tener conto della poca autenticità della prima copia del metro. Per queste ragioni abbiamo stimato di non affidarci interamente a tale unità di misura; e però abbiamo chiesto, e di buon grado ottenuto dalla Commissione di pesi e misure del Regno preseduta dal chiaro astronomo Capocci, una preziosa copia in cristallo del metro degli Archivii di Parigi eseguita direttamente da Steinheil.

Quindi, tali cose tenute presenti, per determinare l'unità di misura siamo stati obbligati di procedere alle seguenti operazioni:

1.° analizzare tutt'i piedi, i pollici, ed i decimi di pollice del campione di Troughton rispetto allo yard centrale, affin di trovare la loro esatta lunghezza;

[1] Memoirs of the Royal Astronomical Society. Vol. IX.

2.° paragonare il metro di cristallo al campione di Troughton.

Queste due ricerche sono state eseguite con numerose osservazioni a temperature molto diverse, ed alternando la coppia degli osservatori. Dal rapporto tra il metro e lo yard da noi ottenuto, e da quello dato da Baily, abbiamo dedotta l' unità di misura in parti del nostro campione, dando maggior peso al primo.

Dopo di aver così determinato l'unità di misura abbiamo proceduto a paragonare la tesa di acciaio col metro stabilito sul comparatore di Troughton. Qui si presenta la difficoltà che il nostro comparatore può solo misurare una riga a tratti, mentre la tesa di acciaio suddetta, dovendo esser nota di lunghezza nel suo asse, richiedeva un comparatore non a tratti ma a contatto, e questo a noi mancava. Per ovviare a tale difficoltà, assicuratici che le due basi costituenti gli estremi della tesa erano abbastanza piane, noi abbiamo successivamente sottoposto a comparazione l' asse di ciascuna delle 4 facce della tesa, ed il medio degli assi delle due facce opposte dava l'asse della tesa richiesto; questa operazione è stata ripetuta molte volte a differenti temperature, non trascurando alcuna di quelle precauzioni che siffatta specie di delicate investigazioni richieggono.

Ricerca della lunghezza delle linee segnate su' cunei

Per misurare la lunghezza delle linee segnate sul cuneo geometrico, ci siamo serviti del microscopio-micrometrico posto all' estremo del comparatore di Bessel, il quale ha sottoposta una piccola scala divisa in linee francesi; tra tale scala ed il cuneo orizzontale dell'estremo prossimo del comparatore s' intrometteva il cuneo geometrico sino alla linea da valutarsi, e dallo spostamento della scala si deduceva la lunghezza della linea espressa in parti della scala e del micrometro. Quindi era necessario conoscere l'esatta lunghezza di ciascuna parte della scala, e la relazione precisa tra una

di queste e la graduazione della vite del micrometro: per la qual cosa abbiamo dovuto eseguire le due ricerche;

1.° comparare la suddetta scala al campione di Troughton;

2.° determinare il valore delle divisioni della testa di vite del micrometro in parti della scala corretta.

Determinati per un gran numero di osservazioni questi due elementi (i quali han servito di fondamento anche alla ricerca del coefficiente di dilatazione della tesa di acciaio) si è proceduto nel modo suindicato alla ricerca delle lunghezze delle linee segnate sul cuneo. E notiamo che di 180 divisioni che sono su ciascuno de' cunei, Bessel si è contentato di misurarne sette, ed intercalare le altre; noi invece ne abbiamo misurato 36. Queste misure sono state eseguite 4 volte da un osservatore, ed altrettante volte da un altro.

Ricerca della relazione che hanno tra loro le lunghezze delle 4 spranghe

Le 4 spranghe di misura si sono comparate tra loro ponendole successivamente sul comparatore e misurando la distanza de' loro estremi da' cunei fissi di quello, ed i corrispondenti termometri-metallici. Per tal modo si stabilisce una relazione tra la lunghezza di ciascuna spranga ed il suo termometro-metallico, tenendo in ogni paragone come costante la distanza tra i cunei fissi del comparatore. Questi paragoni debbono ripetersi a temperature varie e molto diverse tra loro affin di avere maggiore esattezza in tale ricerca: essi sono stati 10, eseguiti a temperature tutte differenti, e deducendo ciascuno 4 volte da 4 osservazioni distinte. Ora ogni paragone per ciascuna spranga fornisce un'equazione, sicchè i 10 dànno 40 equazioni di condizione, che, trattate col metodo de' minimi quadrati, ci hanno presentato il rapporto tra la variazione di lunghezza della spranga ed il suo termometro metallico.

Ricerca del rapporto che serba ciascuna spranga alla vera tesa

Per siffatta ricerca abbiamo apportato al metodo di Bessel qualche modificazione. Così noi per eseguire i suddetti paragoni, distendendo la tesa tra i due cunei fissi del comparatore, la raddoppiavamo per mezzo del meccanismo fatto all'uopo, e misuravamo la distanza tra gli estremi della doppia tesa ed i cunei fissi del comparatore; su di questo distesa poi la spranga, misuravamo la distanza de' suoi estremi da' medesimi cunei fissi; ed infine riponevamo la tesa sul comparatore ripetendo la misura: questa ripetizione della misura della doppia tesa era fatta per procurare che essa, eseguita in due pezzi, acquistasse il grado di esattezza di quella della spranga.

Oltre a ciò noi invece di paragonare, come fece Bessel, una sola delle 4 spranghe con la tesa, ricavando il rapporto delle altre alla stessa tesa dalla comparazione delle spranghe fra loro, abbiamo stimato per maggiore esattezza ed ordine nell'influenza degli errori, di paragonare direttamente ciascuna spranga con la tesa. Ciascuno di tali paragoni è stato eseguito 12 volte derivandolo da due letture; dimodochè per ciascuna spranga abbiamo direttamente ottenuto 12 equazioni, dalle quali si è dedotta la lunghezza della spranga corrispondente alla lettura zero del termometro-metallico, e questa lunghezza è l'elemento costante che entra nella composizione del valore della spranga per ogni temperatura.

Inclinazione che subisce ciascuna spranga in corrispondenza della livella

Per procedere alla presente ricerca, noi abbiamo disteso la spranga su due cavalletti disponendola orizzontalmente per mezzo d' una livella separata. In tale posizione della spranga, abbiamo situato il livello che vi è annesso con la bolla in mezzo, e notato il punto di graduazione della testa di vite. In seguito abbiam disposto la spranga in varie note

inclinazioni, e dopo aver posto la bolla della livella in mezzo, abbiamo notato la corrispondente indicazione della testa di vite del livello. Con ciò, e con osservazioni eseguite dopo la misura della Base, noi abbiam dedotta la legge per cui dalla lettura del livello posto con la bolla in mezzo si ha la corrispondente inclinazione della spranga all' orizzonte.

Eseguite le suddette ricerche sull'apparato, e dedotti da esse tutti gli elementi necessarii a poterlo adoperare, l' abbiamo applicato alla misura della Base progettata, nel modo che ora brevemente indichiamo.

Misura della Base

Il complesso delle operazioni da eseguirsi in siffatto lavoro può dividersi in 4 categorie; cioè:

I. riconoscenza del terreno, ed operazioni ausiliarie alla misura della Base;

II. misura effettiva di essa;

III. livellazione, che serve a proiettarla al livello medio del mare;

IV. triangolazione per legarla alla rete geodetica.

Quanto alla riconoscenza del terreno, si è scelto al *Nord* di Foggia nella contrada detta *S. Pietro in Bagno* il suolo il più adatto alla misura d'una Base, e meglio condizionato pel collegamento di essa alla rete circostante; e su tale suolo si è stabilito di dare alla Base la lunghezza di poco più di 2 miglia nella direzione di *SE* a *NO*. Si è fatta la traccia di essa linea, spianando possibilmente il terreno, e con esatto allineamento sonosi piantate sopra salda fondazione tre grandi lapidi, una verso il mezzo, ed una a ciascuno degli estremi; e su pezzi di bronzo incastrati in esse furono segnate con le analoghe iscrizioni i punti che determinavano la linea della Base. Oltre a ciò, sonosi costrutti lungo l'asse della traccia varii pilastrini in fabbrica su cui si sono segnati i punti dell'allineamento, i quali hanno temporaneamente servito ad accentrare il teodolite che dar doveva la direzione alle spranghe.

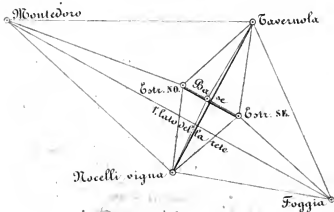
Quanto alla misura effettiva della Base, essa si è eseguita due volte; la prima volta procedendo dall'estremo *SE* fino al punto intermedio, e poi da questo fino all'estremo *NO;* la seconda volta procedendo pel verso opposto. In ambedue le operazioni il metodo tenuto è stato il seguente.

Si è situata la prima spranga con l'estremo posteriore a piombo del punto di origine segnato sulla lapide, allineandola per mezzo del teodolite; in seguito si sono successivamente disposte le altre tre spranghe in modo da non toccarsi tra loro, e si sono egualmente allineate. Dopo di che tre operatori han misurato contemporaneamente prima gli spazii tra una spranga e l'altra, indi i corrispondenti termometri-metallici ed i livelli; di poi essi ripetevano le operazioni cambiando sito, sicchè ciascuno veniva a passare successivamente alla lettura di tutte tre le spranghe. In tal modo si ottenevano della battuta 3 misure indipendenti. Completata la prima battuta si passava alla seconda, facendo restare ferma la 4.ª spranga, e disponendo in seguito le altre come si è detto per la prima battuta.

Alla fine della giornata poi, per assicurare il punto di sospensione del lavoro, dalla parte posteriore dell'ultima spranga si conficcava a terra un picchetto di quercia sulla cui testa era un congegno per mezzo del quale un punto segnato su d'una piastra di bronzo si trasportava e si fissava sotto il filo a piombo calato dall'estremo posteriore di detta spranga. Questa poi ed il punto a terra, non che tutto il resto dell'apparato, venivano ben garentiti sotto una baracca di tela impermeabile, ed eran lasciati in custodia a' soldati zappatori inservienti al lavoro.

Riguardo alla livellazione per poter proiettare al livello del mare la Base, si è eseguita nel golfo di Manfredonia una serie di osservazioni di maree sizigie affine di determinare la precisa altezza assoluta di un segnale costrutto su d'una delle antiche torri prossime al mare. Ed in seguito si è fatta una livellaziono contemporanea tra il segnale suddetto, ed un punto geodetico vicino alla Base.

In fine, l'ultima operazione cioè il collegamento della

Base alla rete geodetica non ha potuto aver luogo a causa dell'emergenze politiche del 1860, le quali troncarono in mezzo il lavoro di campagna. Però tale collegamento è già studiato, come si scorge dalla seguente figura, e non rimane che ad attuarlo.

Per dedurre dalle operazioni di campagna il valore numerico della lunghezza della Base, si è dovuto apportare a ciascuna spranga la correzione dipendente dalla temperatura, e proiettare all'orizzonte la spranga corretta e lo spazio tra essa e la seguente.

Tralasciamo di riferire i particolari delle lunghe e penose calcolazioni occorse per tutto il lavoro, i quali saranno descritti nella memoria che conterrà i documenti di tutto l'operato: per ora ci contentiamo di presentare solo gli ottenuti risultamenti finali.

Risultamenti finali

La prima misura della Base, eseguita procedendo dall'estremo *SE* verso l'altro *NO*, ha dato i tre valori tra loro indipendenti qui registrati.

			valori medii
Tratto dall'estremo SE al punto intermedio	1.° valore	889335^{l},78651	
	2.° valore	889335,49867	889335^{l},32243
	3.° valore	889334,68209	
Tratto dal punto intermedio all'estremo NO.	1.° valore	852997,18181	
	2.° valore	852997,19361	852997,04263
	3.° valore	852996,75247	
		Valore dell' intera lunghezza	1742332^{l},36506

La seconda misura della Base eseguita procedendo dallo estremo *NO* verso l' altro *SE* ha dato i tre valori tra loro indipendenti, qui notati.

			valori medii
Tratto dall'estremo NO al punto intermedio	1.° valore	852995^{l},31008	
	2.° valore	852995,02886	852995,01772
	3.° valore	852994,71423	
Tratto dal punto intermedio all'estremo SE.	1.° valore	889335,67561	
	2.° valore	889334,92486	889334,91966
	3.° valore	889334,15850	
		Valore dell' intera lunghezza	1742329^{l},93738

Ne' quadri soprascritti si vede che il tratto della Base dall'estremo *SE* al punto intermedio è

per la prima misura	889335^{l},32243
per la seconda misura	889334,91966
e differiscono di	0^{l},40277

Similmente il tratto dal punto intermedio all'estremo *NO*, è

per la prima misura	852997^{l},04263
per la seconda misura	852995,01772
e differiscono di	2^{l},02491

Questo risultamento, il quale è di per sè notevole, non è inutile di paragonarlo a quello ottenuto da Bessel nella misura della sua Base [1], che vien riguardata come una tra le migliori di Europa.

Bessel adunque nel 1.° tratto della sua Base lungo circa 226 tese ha trovato tra le due misure la differenza di $0^l,59$; noi su d'un tratto lungo circa 987 tese abbiamo trovato la differenza $2^l,02$. Bessel nel 2.° tratto lungo circa 708 tese ha trovato la differenza $1^l,69$; noi in un tratto lungo circa 1029 tese abbiam trovato la differenza $0^l,40$.

Il quale risultamento potrebbe per avventura sembrare maraviglioso a chi non considera abbastanza la bontà dello apparato e del principio su cui si fonda; e lo studio, la diligenza, e l'abnegazione che sonosi adoperate in tutt' i lavori suddetti. Ed a tal proposito, stimiamo nostro debito di segnare i nomi di coloro che sotto la nostra direzione, ed insieme con noi, han preso parte al lavoro: e ciò affinchè sia loro retribuita quella giusta considerazione, che incoraggia l'ingegno, ed è verace conforto alle fatiche di corpo e di mente che siffatte opere richieggono.

Adunque diciamo che al lavoro suddetto han dato opera gl'Ingegneri del già Officio Topografico, i quali qui indichiamo con i gradi che attualmente occupano nell'Ufficio Superiore dello Stato Maggiore.

Signor De Vita Gaetano luogotenente,

Signor Marangio Giuseppe luogotenente,

Signor D'Atri Niccola Ingegnere geografo.

Questi han preso parte in tutte le osservazioni e nel calcolo.

Ed a costoro bisogna aggiungere

Il signor Corbara Carlo luogotenente, il quale ha prestato opera unicamente all'allineamento nella 2.ª misura della Base,

Il signor Del Giudice Michele sottotenente di Artiglieria comandato allo Stato Maggiore, il quale ha servito di ausilio in alcune osservazioni e nel calcolo,

[1] Gradmessung in Ostpreussen.

Il signor Arabia Luigi Ingegnere geografo, il quale, venuto a far parte dello Stabilimento nel tempo che si eseguiva la 2.ª misura della Base, si è occupato del calcolo.

Napoli Ottobre 1864